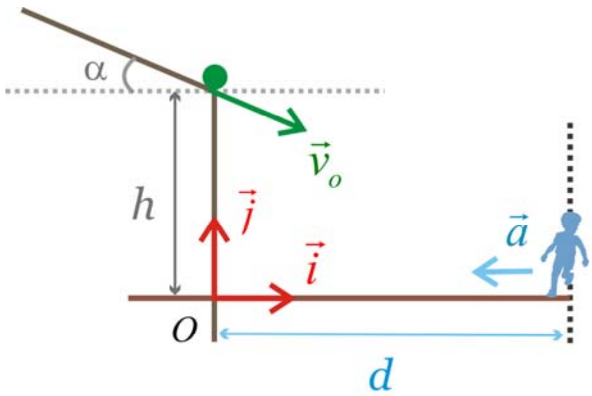
Problema de cinemática

Una pelota cae por un plano inclinado un ángulo α = 30º a un barranco de altura h = 6 m, con una velocidad de módulo 8 m/s en el momento de abandonar el plano. Un chico se encuentra en el fondo del barranco a una distancia d = 8.5 m de la base del mismo.

a) Expresar las componentes del vector posición y el vector velocidad de la pelota en función del tiempo. Calcular en el instante t = 0.2 s el módulo de la velocidad y la altura a la que se encuentra.



$$\vec{r}_0 = h\vec{j} \qquad \vec{a} = -g\,\vec{j}$$

$$\vec{v}_0 = v_0\cos\alpha\,\vec{i} - v_0 \mathrm{sen}\alpha\,\vec{j}$$

$$h = 6\text{ m} \qquad \alpha = 30^{\circ}$$

$$v_0 = 8\text{ m/s} \qquad g = 9.8\text{ m/s}^2$$

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{1}{2}\vec{a}\,t^2 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} x = v_0\cos\alpha t = 6.93t \\ y = h - v_0 \,\mathrm{sen}\,\alpha t - (1/2)g t^2 = 6 - 4t - \frac{1}{2}9.8t^2 \end{array} \right.$$

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\,t \Rightarrow \left| \begin{array}{l} v_x = v_0\cos\alpha = 6.93 \\ v_y = -v_0\,\mathrm{sen}\alpha - gt = -4 - 9.8t \end{array} \right.$$

Para t = 0.2 s, se obtiene:

$$\vec{v} = 6.93\vec{i} - 5.96\vec{j} \qquad v = \left(6.93^2 + 5.96^2\right)^{1/2} = 9.14\text{ m/s}$$

Altura (coordenada y): $\quad y = 5\text{m}$

b) Calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo, la distancia recorrida en el eje horizontal y el vector velocidad en ese instante.

Condición para que llegue al suelo $y = 0$

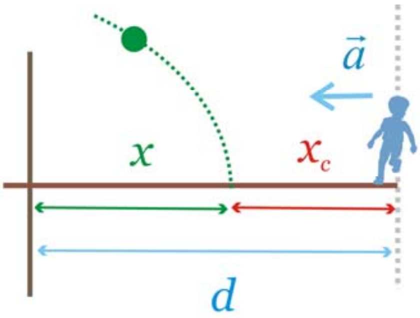
$$6 - 4t - 4.9t^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad t = 0.82\text{ s}$$

Sustituyendo t en las coordenadas de la velocidad:

$$\left. \begin{array}{l} v_x = v_0\cos\alpha = 6.93 \\ v_y = -4 - 9.8t = -12.04 \end{array} \right| \quad \vec{v} = 6.93\,\vec{i} - 12.04\,\vec{j} \quad \text{m/s}$$

Distancia horizontal (coordenada x en t = 0.82) $\Rightarrow$ x = 5.68 m

c) El chico empieza a correr justo en el instante en el que la pelota abandona el plano. Calcular con qué aceleración como mínimo tendría que arrancar si quiere cogerla antes de que llegue al suelo.



Distancia que debe recorrer el chico (x_c)

$$x_c = d - x = 8.5 - 5.68 = 2.82 \quad \text{m}$$

Partiendo del reposo ($\vec{v}_0 = 0$) y en un t = 0.82 s debe arrancar con una aceleración:

$$x_c = \frac{1}{2} a t^2 \quad \Rightarrow \quad a = \frac{2x_c}{t^2} = 8.38 \text{ m/s}^2$$