2.- Un sistema que está formado por tres partículas de masas m_1 = m, m_2 = 2m y m_3 = 3m se ve sometido a la acción de una única fuerza externa conservativa **F**. La cantidad de movimiento total del sistema con respecto a O (origen de un sistema de referencia inercial) en función del tiempo viene dada por **p** = $3t^3$ **i** - 6t **j** en $kgms^{-1}$. Dato: m = 0.5 kg

a) ¿Se conserva la energía total del sistema? Expresar la velocidad y el vector posición del centro de masas del sistema en función del tiempo, suponiendo que la posición inicial del centro de masas es $\mathbf{r}_o$ = - **i** + 3 **j** (m).

- Sí se conserva, ya que $\vec{F}$ es conservativa: $\Delta E_T = 0$

- La cantidad de movimiento total del sistema es:

$$\vec{p} = M\,\vec{v}_{CM} \qquad M = m_1 + m_2 + m_3 = 6m = 3\,kg$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{\vec{p}}{M} = \frac{3t^3\vec{i} - 6t\vec{j}}{3} = t^3\vec{i} - 2t\vec{j} \quad (m/s)$$

$$\vec{r}_{CM} = \int \vec{v}_{CM}\,dt = \int \left(t^3\vec{i} - 2t\vec{j}\right)dt = \frac{t^4}{4}\vec{i} + t^2\,\vec{j} + cte$$

Sustituyendo en $t = 0$; $\vec{r}_{CM} = \vec{r}_0 \Rightarrow cte = -\vec{i} + 3\vec{j}$

$$\vec{r}_{CM} = -\vec{i} + 3\vec{j} + \frac{t^4}{4}\vec{i} + t^2\,\vec{j} = \left(\frac{t^4}{4} - 1\right)\vec{i} + \left(t^2 + 3\right)\vec{j} \quad (m)$$

b) Determinar la fuerza externa **F** y la aceleración del centro de masas del sistema en función del tiempo.

$$\vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(3t^3\,\vec{i} - 6t\,\vec{j}\right) = 9t^2\,\vec{i} - 6\,\vec{j} \quad (N)$$

$$\vec{F}_{ext} = M\,\vec{a}_{CM}$$

$$\vec{a}_{CM} = \frac{\vec{F}_{ext}}{M} = \frac{9t^2\,\vec{i} - 6\,\vec{j}}{3} = 3t^2\,\vec{i} - 2\,\vec{j} \quad (m/s^2)$$

c) Si la energía cinética total del sistema medida en t = 2 s con respecto a O vale 200 J, calcular la energía cinética orbital y la energía cinética interna del sistema en ese mismo instante.

$$E_c = E_{c_{int}} + E_{c_{orb}} \quad \text{en t = 2 s} \quad E_c = 200 \quad (J)$$

Sustituyendo t = 2 s en la expresión de $\vec{v}_{CM}$

$$\vec{v}_{CM} = 8\,\vec{i} - 4\vec{j} \quad v_{CM}^2 = 8^2 + 4^2 = 80$$

$$E_{c_{orb}} = \frac{1}{2}M\,v_{CM}^2 = \frac{1}{2}\,3\cdot 80 = 120 \quad (J)$$

$$E_{c_{int}} = E_c - E_{c_{orb}} = 200 - 120 = 80 \quad (J)$$