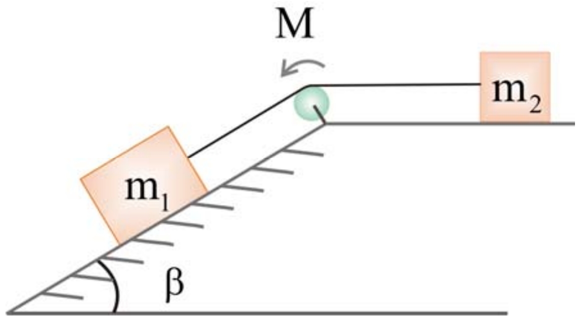
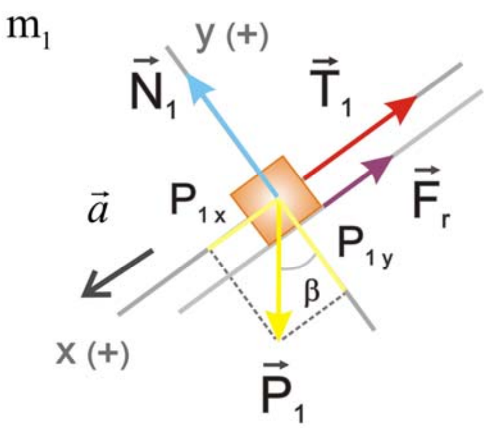
3.- El sistema de la figura está formado por dos masas m_1 y m_2 unidas por una cuerda inextensible mediante una polea de masa M y radio R. Entre m_1 y el plano inclinado el coeficiente de rozamiento cinético es μ y entre el plano horizontal y m_2 no hay rozamiento. Inicialmente el sistema se encuentra en reposo y se suelta, moviéndose como se indica en la figura.

a) Para cada elemento del sistema dibujar las fuerzas que actúan y expresar las ecuaciones del movimiento.
b) Calcular la aceleración de los bloques y las tensiones en la cuerda.
c) Cuando los bloques llevan una velocidad de v = 0.6 m/s, calcular el momento angular de la polea con respecto al CM, su energía de rotación y la energía total del sistema.



Datos: $m_1 = 5$ kg ; $m_2 = 0.3$ kg ; $\beta = 30^o$; $\mu = 0.2$; M = 2 kg ; R = 0.3 m ; Momento de inercia de la polea $I_{CM} = (1/2)\,MR^2$. Tomar $g = 10$ m/s^2

a)



Ecuación de traslación:

$$\vec{T}_1 + \vec{P}_1 + \vec{N}_1 + \vec{F}_r = m_1\,\vec{a}$$

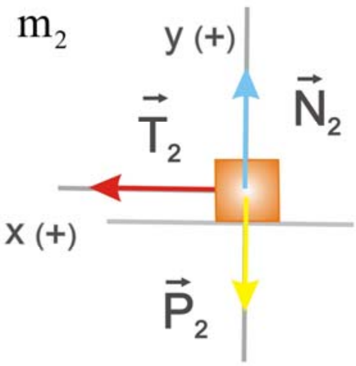
$$x:\ m_1\,g\,sen\,\beta - T_1 - F_r\ =\ m_1\,a$$

$$y:\ N_1 - m_1\,g\,cos\,\beta\ = 0$$

$$N_1 = m_1\,g\,cos\,\beta$$

$$F_r = \mu N_1 = \mu\, m_1\,g\,cos\,\beta$$

$$(1)\quad m_1\,g\,sen\,\beta - T_1 - \mu\ m_1\,g\,cos\,\beta\ =\ m_1\,a$$



Ecuación de traslación:

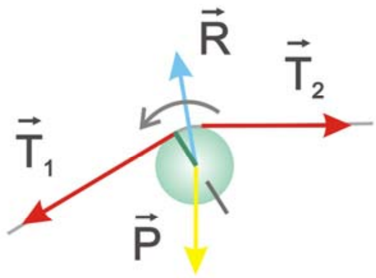
$$\vec{T}_2 + \vec{P}_2 + \vec{N}_2 = m_2\,\vec{a}$$

$$x:\ \ T_2\ =\ m_2\,a$$

$$y:\ \ N_2 - m_2\,g = 0$$

$$(2)\quad T_2\ =\ m_2\,a$$

Polea



Ecuación de traslación:

el CM no se traslada $\sum \vec{F}_{ext} = 0$

Ecuación de rotación:

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I_{CM}\, \vec{\alpha}$$

Sólo $\vec{T}_1$ y $\vec{T}_2$ hacen momento con respecto al CM.

Según el sentido de giro: $\vec{\alpha}\ \odot$ $\quad \vec{\tau}_{T_1}\ \odot$ $\quad \vec{\tau}_{T_2}\ \otimes$

$$(3)\quad T_1 R - T_2 R = I_{CM}\,\alpha$$

b)

Resolvemos el sistema de ecuaciones (1), (2) y (3). Despejamos T_1 de (3), teniendo en cuenta que: $a = R\alpha$ y $I_{CM} = (1/2)MR^2$

$$(3)\quad T_1 R - T_2 R = (1/2)MR^2 \frac{a}{R} \quad \Rightarrow \quad T_1 = T_2 + (1/2)Ma$$

Usamos (2), sustituimos en (1) y despejamos a:

$$(1)\quad m_1\, g\, sen\, \beta - \left(m_2 + (1/2)M\right)a - \mu\ m_1\, g\, cos\, \beta = m_1\, a$$

$$a = \frac{m_1\, g\, sen\, \beta - \mu\ m_1\, g\, cos\, \beta}{m_1 + m_2 + (1/2)M} = 2.6 \qquad \boxed{a = 2.6} \quad m\, s^{-2}$$

$$T_2 = m_2\, a = 0.78\ N \qquad T_1 = 3.38\ N$$

c)

Se cumple que $\omega = \dfrac{v}{R}$. Cuando $v = 0.6\ m\, s^{-1}$:

- Momento angular de la polea $\vec{L}_{CM} = I_{CM}\, \vec{\omega}$ sentido $\odot$

$$L_{CM} = (1/2)\, MR^2 \frac{v}{R} = (1/2)\, MRv = 0.18 \quad kg\, m^2 s^{-1}$$

- Energía de rotación de la polea $E_{rot\,p} = (1/2)\ I\, \omega^2$

$$E_{rot\,p} = (1/2)\ (1/2)\, MR^2 \left(\frac{v}{R}\right)^2 = \left(\frac{1}{4}\right) M\, v^2 = 0.18\ \ J$$

- Energía cinética total del sistema $E_{c\,sist} = E_{c\,m_1} + E_{c\,m_2} + E_{rot\,p}$

$$E_{c\,sist} = (1/2)\, m_1 v^2 + (1/2)\, m_2 v^2 + E_{rot\,p} = 1.45 \quad J$$