

UNIVERSIDAD POLITECNICA DE MADRID. E.T.S.I. de MONTES
PRIMER EXAMEN PARCIAL de ALGEBRA LINEAL
15 de FEBRERO de 1999

Problema 1.- Obtener justificadamente, cuando existan, dos matrices invertibles, X e Y , tales que verifiquen la igualdad $AX = YB$ siendo $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ y para las matrices B siguientes:

$$i) B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad ii) B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 10 & 20 & 30 \end{pmatrix} \quad iii) B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Problema 2.- Sea V un espacio vectorial de dimensión 4 y $L(V, V)$ el espacio vectorial de las aplicaciones lineales de V en V . Estudiar si los siguientes subconjuntos de $L(V, V)$ son o no subespacios vectoriales:

- i) $\{T \in L(V, V) / rg(T) = 4\}$
- ii) $\{T \in L(V, V) / rg(T) \leq 4\}$
- iii) $\{T \in L(V, V) / rg(T) \leq 2\}$
- iv) $\{T \in L(V, V) / rg(T) = 0\}$
- v) $\{T \in L(V, V) / rg(T \circ T) = rg(T)\}$

Problema 3.- Sea $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una aplicación lineal cuya representación matricial en la base canónica es $\begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. Determinar razonadamente una aplicación lineal $S : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tal que

$$S \circ T = T \circ S \quad \text{y} \quad S(1, 0, 0) = (1, 1, 1)$$

Problema 4.- Sea H el conjunto de los polinomios de grado menor o igual que 3 con coeficientes reales tales que $p(0) \geq 0$, $p'(0) \geq 0$, $p''(0) \geq 0$, $p'''(0) \geq 0$ y $p(1) \leq 1$, $p'(1) \leq 1$, $p''(1) \leq 2$. ¿Para qué polinomio $p \in H$ la integral

$$\int_0^2 p(x) dx$$

alcanza su máximo valor? ¿Cuál es ese valor máximo?

-
- Cada ejercicio se debe responder en hojas separadas.
 - Se acompañarán los cálculos efectuados para resolver cada problema.
 - No está permitido el uso de libros, calculadoras o apuntes.
 - El examen deberá efectuarse en un tiempo máximo de **3 horas**.

Madrid a 15 de Febrero de 1999

Fecha límite para la publicación de las calificaciones: lunes 8 de marzo de 1999
Fecha de revisión de exámenes: jueves 11 de marzo de 1999