E.T.S.I. de Montes. Unidad Docente de Matemáticas
PROBLEMAS DE ALGEBRA LINEAL. CURSO 1997/98
Hoja 14. Cónicas y Cuádricas

Problema 1.- (*Feb. 98*) Dada la cónica

$$3x^2 + 2xy + 3y^2 - 8x - 8y + 6 = 0,$$

a) encontrar un sistema de referencia ortonormal respecto al cual su ecuación toma la forma canónica;
b) determinar su ecuación canónica, especificar de qué tipo de cónica se trata y calcular sus ejes si los tuviese.

Problema 2.- (*May. 96*) En el plano $\mathbb{R}^2$ consideramos la recta

$$r \equiv x + y = 2\ .$$

i) (7 puntos) Para cada número real α clasificar el lugar geométrico de los puntos del plano cuya razón -cociente- de distancias a la recta r y al origen, el punto $(0,0)$, es igual a α.

ii) (3 puntos) Para los valores de α en los que el anterior lugar geométrico sea una parábola, obténgase **justificadamente** su vértice así como la recta tangente en él a la parábola.

Problema 3.- (*Sep. 97*) Dados el punto $O = (0,0)$, y la cónica

$$\gamma \equiv x^2 - 2xy + y^2 - \sqrt{2}x - \sqrt{2}y - 3 = 0$$

1. Clasificar γ y obtener su forma o ecuación reducida.

2. Usando coordenadas en un sistema de referencia en el que la ecuación de la cónica se la ecuación reducida obtenida, determinar los puntos P de γ en los que la tangente a γ en P es perpendicular a la recta OP.

Problema 4.- (*Jun. 97*) Obténganse los elementos necesarios para poder dibujar en el plano XY la cónica de ecuación:

$$C \equiv 3y^2 - 4xy + 12x - 14y + 19 = 0$$

Problema 5.- (*May. 97*) Dada la superficie cuádrica

$$\gamma \equiv 3x^2 + 2xy + 3y^2 - 2z^2 + 2\sqrt{2}x - 2\sqrt{2}y + 8z - 8 = 0$$

a)Obtener su ecuación reducida e identificar de qué cuádrica se trata.

b)Clasificar la cónica σ que resulta al intersecar la cuádrica γ con el plano $z = 1$.

Problema 6.- (*Feb. 97*) Sea la familia de cónicas $C_{\alpha,\beta}$ definida por:

$$C_{\alpha,\beta} \equiv \frac{\alpha+\beta}{2}(x^2+y^2) + (\alpha-1)xy - \sqrt{2}\beta(x-y) + \alpha = 0$$

1) Clasificar $C_{\alpha,\beta}$,según los valores de α y β con $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, en cónicas de tipo elíptico, tipo hiperbólico; degeneradas y no degeneradas.

2)Identificar la cónica $C_{1,2}$, calculando sus elementos principales.