

Tema 1. Introducción

1.- En el pinar de Rascafría queremos enviar una señal luminosa de una torre de vigilancia, E, a otras dos, R1 y R2. En un mapa topográfico de la zona, la torre de vigilancia emisora, E, está situada en la marca (1, 1) y las receptoras, R1, en (9, 6) y R2 en (7, 4). Al analizar las curvas de nivel del lugar se ha detectado un posible obstáculo en las trayectorias de la señal situado en (5, 3). ¿Llegará la señal a las dos torres?

2.- Determinar a y b para que las rectas r y r' se corten en el punto P , en los siguientes casos:

- i) $r \equiv (a + b)x + (a - b)y = 15$, $r' \equiv (2a - 3b)x + (2a - 5b)y = a + 2b$, $P = (3, -7)$.
 ii) $r \equiv (a - 1)x + 2by = a$, $r' \equiv (a + 3b)x + (a + 2b)y = b$, $P = (1, 1)$.

3.- Un chopo (C), un pino (P) y un abeto (A) están colocados con arreglo a las siguientes distancias: $d(C, P) = 30$, $d(C, A) = 40$ y $d(P, A) = 60$. ¿Están los tres árboles alineados?

4.- Un segmento de longitud l se mueve en el plano de forma que uno de sus extremos está siempre sobre un eje coordenado y el otro extremo sobre el otro eje. ¿Cuál es el lugar geométrico descrito por el punto medio del segmento?

- 5.-** a) Demostrar que $\begin{cases} x - z = 1 \\ by + 2z = -1 \end{cases}$ determina una recta r para cualquier valor de $b \in \mathbb{R}$.
 b) Estudiar la posición relativa de r con el plano $\pi \equiv x + y + z = 0$.

6.- Determinar la ecuación del plano π_1 que contiene al punto $P(0, 1, -3)$ y a la recta

$$r \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - \lambda \\ z = 3 + 2\lambda \end{cases}$$

7.- Hallar la ecuación del plano que pasa por el punto de intersección de los planos $3x + 2y - z = 0$, $2x - y + 3z = 1$ y $x + y + z = -2$ y que sea paralelo al plano $3x - 2y + 4z = \sqrt{3}$.

8.- Dada la recta $r \equiv \pi_1 \cap \pi_2$, con $\pi_1 \equiv \{x + y - 3z + 2 = 0\}$ y $\pi_2 \equiv \{2x - y + z - 1 = 0\}$, hallar las ecuaciones de la recta s paralela a r y que pasa por (1, 0, 1).

.- Estudiar las posiciones relativas de los tres planos siguientes, en función de los valores que tomen los parámetros $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$$\begin{cases} \pi_1 \equiv x - y + 3z = 1 \\ \pi_2 \equiv 3x - 5y + 7z + \beta = 0 \\ \pi_3 \equiv x - 3y + \alpha z = 2 \end{cases}$$

.- Hallar una ecuación del plano π que contiene al punto $P = (1, -5, 2)$ y es paralelo al plano $\bar{\pi} \equiv 3x - 7y + 4z = 5$

2.- Hallar la ecuación de una recta coplanaria con la recta $r \equiv \begin{cases} 3x - 5y + z = 2 \\ x + 2y + z = -4 \end{cases}$, contenida en el plano $\pi \equiv 2x - 3y + 6z + 7 = 0$ y que corta a la recta $s \equiv \frac{x}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{7}$.