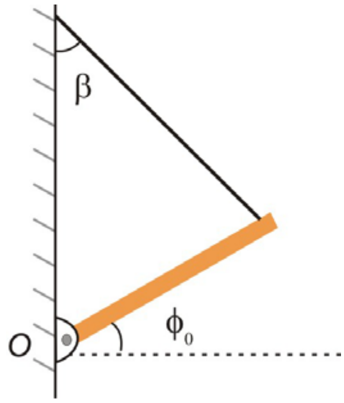
2.- Una barra homogénea de longitud L y masa m está sujeta a una pared mediante una articulación sin rozamiento (en el punto O) y una cuerda sujeta en su extremo (ver figura). Determinar:



a) Dibujar las fuerzas que actúan sobre la barra y expresar las ecuaciones para que el sistema esté en equilibrio.

b) Las componentes de la reacción en la articulación y la tensión de la cuerda.

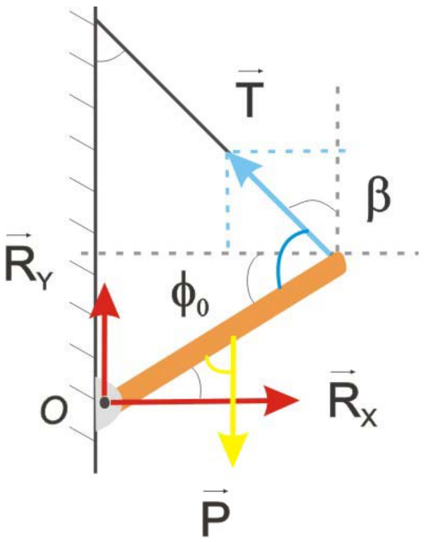
En un determinado momento se corta la cuerda:

c) Determinar la aceleración angular de la barra justo en el momento de cortar la cuerda.

d) Utilizando razonamientos energéticos, determinar la velocidad angular de la barra cuando llega a la posición vertical.

Datos: ϕ_0 = 30º, β = 45º, g = 10 ms^{-2}, L = 4 m, m= 50 kg ; I_{CM} = (1/12) m L^2.

a) b)



$$\sum \vec{F}_{ext} = 0 \qquad \vec{P} + \vec{T} + \vec{R}_X + \vec{R}_Y = 0$$

$$x: \; R_X - T\, sen\,\beta = 0 \qquad (1)$$

$$y: \; R_Y + T\cos\beta - mg = 0 \qquad (2)$$

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = 0 \quad \text{con respecto a O}$$

$$\frac{L}{2}\, mg\, sen(90-\phi_0) = L\,T\, sen(\phi_0 + 90 - \beta) \quad (3)$$

Sustituyendo datos y despejando

de (3): $T = \dfrac{1}{2} mg \dfrac{sen\,60}{sen\,75} = 224.14\ N$

de (1): $R_X = 158.5\ N$; de (2): $R_Y = 500 - 158.5 = 341.5\ N$

c)

Ecuación de la dinámica de rotación:

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I_0 \vec{\alpha}$$

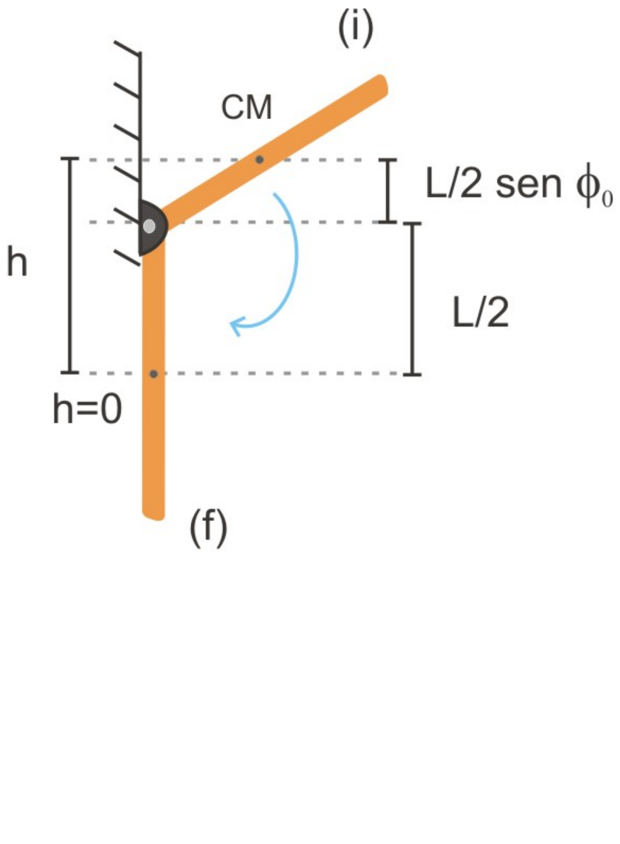
$$I_0 = I_{CM} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{1}{3} m L^2 \quad \text{(Tma. Steiner)}$$

Sólo el peso ejerce momento con respecto a O:

$$\frac{L}{2} mg\, sen(90 - \phi_0) = \frac{1}{3} m L^2 \alpha$$

$$\alpha = \frac{3g}{2L} sen\, 60 = 3.25 \;\; rad\, s^{-2} \quad \otimes$$

d)



Conservación de la energía:

$$E_i = E_f$$

$$m g\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{2} sen\phi_0\right) = \frac{1}{2} I_0 \omega^2$$

$$m g\left(\frac{L}{2} + \frac{L}{4}\right) = \frac{1}{2}\,\frac{1}{3} m L^2 \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{9g}{2L}} = 3.35\, rad\, s^{-1}$$