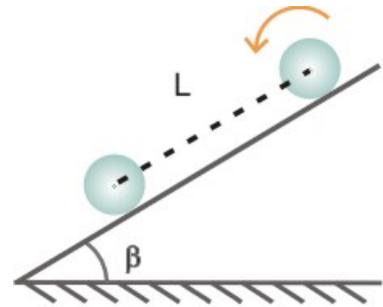
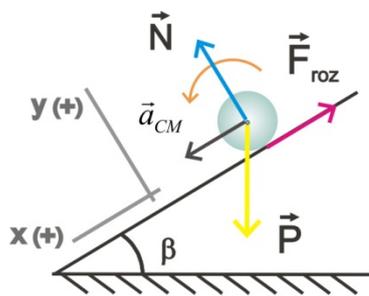


1.- Una esfera homogénea de masa  $m$  y radio  $R$  rueda sin deslizar por un plano inclinado con un ángulo  $\beta$ . Datos:  $\beta = 30^\circ$ ;  $m = 0.5$  kg;  $R = 15$  cm;  $L = 2.5$  m;  $I_{CM} = (2/5) mR^2$ . Tomar  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>

- Dibujar las fuerzas que actúan sobre la esfera y expresar las ecuaciones de la dinámica de rotación y de traslación.
- Calcular la aceleración del centro de masas, la aceleración angular con respecto al centro de masas y la fuerza de rozamiento.
- Si inicialmente se encontraba en reposo, calcular la velocidad del CM y la velocidad angular de rotación cuando ha rodado por el plano una longitud  $L$ .



a)



$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{a}_{CM} \quad \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_{roz} = m \vec{a}_{CM}$$

$$x: m g \sen \beta - F_{roz} = m a_{CM} \quad (1)$$

$$y: m g \cos \beta - N = 0$$

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = I_{CM} \vec{\alpha} \quad \text{con respecto al CM}$$

$$F_{roz} R = I_{CM} \alpha = I_{CM} \frac{a_{CM}}{R} \quad (2)$$

$$\text{Condición de rodadura: } a_{CM} = R\alpha$$

b)

Sustituyendo datos en (2):

$$F_{roz} R = \frac{2}{5} m R^2 \frac{a_{CM}}{R} ; \quad F_{roz} = \frac{2}{5} m a_{CM}$$

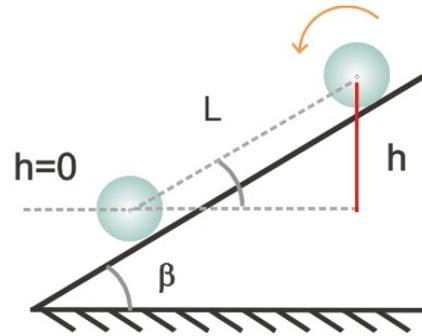
$$\text{de (1): } m g \sen \beta - \frac{2}{5} m a_{CM} = m a_{CM}$$

Despejando:

$$a_{CM} = \frac{5}{7} g \sen \beta = 3.57 \text{ m s}^{-2} ; \quad \alpha = \frac{a_{CM}}{R} = \frac{3.57}{0.15} = 23.8$$

$$F_{roz} = \frac{2}{5} 0.5 (3.57) = 0.71 \text{ N}$$

c)



en rodadura  $W_{roz} = 0$   $E_f = E_i$

$$\frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2 = m g h = m g L \operatorname{sen} \beta$$

condición de rodadura:  $v_{CM} = R \omega$

$$\frac{1}{2} m v_{CM}^2 + \frac{1}{2} \frac{2}{5} m R^2 \left( \frac{v_{CM}}{R} \right)^2 = m g L \operatorname{sen} \beta$$

$$v_{CM} = \left( \frac{10}{7} g L \operatorname{sen} \beta \right)^{\frac{1}{2}} = 4.22 \text{ m s}^{-1} \quad \omega = \frac{v_{CM}}{R} = 28.13 \text{ rad s}^{-1}$$